

Article, Published Version

Stefanova, Bozhana; Grabe, Jürgen

Numerische Simulationen der Boden-Wasser-Interaktion mittels eines Zweiphasenmodells im Rahmen der Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

BAWMitteilungen

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/102527>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Stefanova, Bozhana; Grabe, Jürgen (2015): Numerische Simulationen der Boden-Wasser-Interaktion mittels eines Zweiphasenmodells im Rahmen der Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). In: BAWMitteilungen 98. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 117-128.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



Numerische Simulationen der Boden-Wasser-Interaktion mittels eines Zweiphasenmodells im Rahmen der Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Numerical Simulations of the Water-Soil Interaction Using a Two-Phase Model for Soil in the Framework of Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Dipl.-Ing. Bozhana Stefanova, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Grabe, Technische Universität Hamburg-Harburg

Der Beitrag befasst sich mit einem Zweiphasenmodell für gesättigten Sand, das im Rahmen der netzfreien numerischen Methode Smoothed Particle Hydrodynamics implementiert ist. Es werden die Grundgleichungen der Methode sowie die Modellierung des Materialverhaltens und der Interaktion beider Phasen erläutert. Beispiele zur Validierung und Anwendung werden anschließend vorgestellt und die Vor- und Nachteile der SPH diskutiert.

This paper describes a two-phase model for saturated sand that is implemented in the framework of the meshfree numerical method Smoothed Particle Hydrodynamics. The basic equations of conservation in their SPH approximation as well as the constitutive models and the interaction forces between both phases are introduced. Examples for the validation and application of the method are presented and the advantages and disadvantages of SPH are discussed.

1 Einleitung *Introduction*

Der vorliegende Beitrag befasst sich mit einem Zweiphasenmodell für den gesättigten Sand. Das Modell wurde im Rahmen der netzfreien numerischen Methode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) implementiert. Es ermöglicht eine Berücksichtigung der Durchströmung des Bodens für das laminare sowie für das turbulente Fließregime. Die Verformungen der Boden- und der Wasserphase sind mithilfe eines Interaktionsterms in der Impulsbilanz gekoppelt. Das Materialverhalten des Bodens kann mittels eines hypoplastischen

oder eines elasto-plastischen Stoffgesetzes berücksichtigt werden.

Der Beitrag stellt eine neuartige Anwendung der SPH vor, die in der Lage ist, den Boden als einen Zweiphasenstoff zu berücksichtigen und auch große Verformungen und Phasenübergänge abzubilden.

2 Grundlagen der SPH-Methode *Basics of the SPH method*

2.1 Entwicklung der Methode *Development of the method*

Die netzfreie Methode Smoothed Particle Hydrodynamics wurde Ende der 1970er Jahre von Lucy, Gingold und Monaghan entwickelt (Lucy, 1977; Monaghan, 1988). Ursprünglich fand sie Anwendung für astrophysikalische Berechnungen. Heutzutage findet sie weitere Anwendungsbereiche, z. B. Fluidmechanik und –dynamik, Küsteningenieurwesen, Feststoffmechanik. Ein relativ neues Gebiet, auf dem die SPH zum Einsatz kommt, stellt die Geotechnik dar.

2.2 SPH-Approximierung *SPH approximation*

Die Approximierung im Rahmen der SPH-Methode läuft in zwei Schritten ab. Im ersten Schritt wird eine Näherung der zu approximierenden Funktion f mithilfe der sog. Kernfunktion W gebildet, siehe Bild 1.

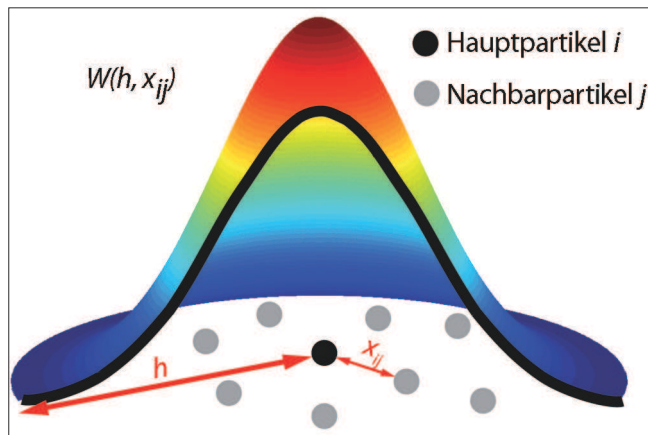


Bild 1 Kernelfunktion
Figure 1: Kernel function

Die Kernelfunktion ist ein Hauptbestandteil der Methode und kann z. B. eine Gaußsche Funktion oder ein Spline sein. Diese Funktion besitzt eine bestimmte Reichweite, die sog. Kernellänge h . Ist die Kernellänge überschritten, hat die Funktion den Wert Null. Im Grunde bestimmt die Kernelfunktion, welche Auswirkung benachbarte Partikel auf ein betrachtetes Hauptpartikel haben. Zunächst erfolgt eine integrale Darstellung der Funktion f :

$$f(x_i^\alpha) \approx \int f(x_j^\alpha) W(h, x_i^\alpha - x_j^\alpha) d\xi \quad (1)$$

mit: i – Hauptpartikel, j – Nachbarpartikel, x – Ortsvektor, α bezeichnet die Kartesischen Koordinaten.

Nach der Kernelapproximierung kann das Integral mithilfe einer Summation über die benachbarten Partikel dargestellt werden. Dies bildet den zweiten Schritt der Approximation, die sog. Partikelapproximation:

$$f(x_i^\alpha) \approx \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j^\alpha) W(h, x_i^\alpha - x_j^\alpha) \quad (2)$$

Dabei bezeichnet m die Masse des Partikels und ρ seine Dichte. N gibt die Anzahl an Nachbarpartikeln an, die sich innerhalb der Kernellänge befinden.

Analog dazu kann der Gradient einer Funktion approximiert werden:

$$\nabla f(x_i^\alpha) \approx \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j^\alpha) \nabla W(h, x_i^\alpha - x_j^\alpha) \quad (3)$$

Einzelheiten zur Herleitung der allgemeinen SPH-Approximierung finden sich z. B. in Liu und Liu (2003) oder Violeau (2012).

2.3 Erhaltungsgleichungen Equations of conservation

Im Rahmen der SPH werden die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls gelöst. Da im vorliegenden Beitrag nur isotherme Bedingungen betrachtet werden, wird die Energieerhaltungsgleichung nicht benötigt.

Die Gleichungen für Massen- und Impulserhaltung werden wie im vorigen Kapitel beschrieben von ihrer Lagrangeschen Formulierung ausgehend in ihrer SPH-Approximierung dargestellt. Die Massenerhaltung wird dann wie folgt approximiert:

$$\underbrace{\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\alpha}}_{\text{Lagrangsche Formulierung}} \Rightarrow \underbrace{\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j (v_i^\alpha - v_j^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha}}_{\text{SPH-Approximierung}} \quad (4)$$

mit dem Operatoren D für die totale Ableitung, ∂ – partielle Ableitung, t – Zeit, v – Geschwindigkeit, N – Anzahl der Nachbarpartikel.

Die Impulserhaltungsgleichung bekommt die Form:

$$\underbrace{\frac{Dv^\alpha}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} + \frac{f^\alpha}{\rho}}_{\text{Lagrangsche Formulierung}} \Rightarrow \underbrace{\frac{Dv_i^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N \left[m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \right] \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \frac{f_i^\alpha}{\rho_i}}_{\text{SPH-Approximierung}} \quad (5)$$

mit σ – Spannungstensor, f – externe Volumenkraft, α und β – Kartesische Koordinaten. Für eine detaillierte Beschreibung der Herleitung der Gleichung wird auf Liu (2003) und Violeau (2012) verwiesen.

2.4 Modellierung von Wasser Modelling of water

Für die Modellierung von Wasser werden in der SPH im Allgemeinen zwei Strategien eingesetzt: eine quasi-inkompressible Definition und eine inkompressible Definition des Wassers. Im letzteren Fall kommt ein semi-implizites Integrationsverfahren zu Anwendung, das im Vergleich zu expliziten Verfahren rechenintensiver ist. Wird eine quasi-inkompressible Beschreibung des

Wassers angewandt, so kann eine explizite Integration erfolgen. Zur Schließung des Gleichungssystems wird dann eine Zustandsgleichung für das Wasser benötigt, z. B. die sog. Taitsche Gleichung (Li, 1967):

$$p = \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) B \quad (6)$$

Mit B – Referenzdruck, $\gamma = 7$ für Wasser, Anfangsdichte ρ_0 , p – Druck.

Bei dieser Vorgehensweise wird eine geringe Kompressibilität des Wassers in Kauf genommen. Demgegenüber steht der Vorteil des schnelleren Integrationsverfahrens. Diese Methode wird für die Simulationen in diesem Beitrag eingesetzt.

3 Zweiphasenmodell *Two-phase model*

Für die Simulationen in diesem Betrag kommt der SPH-Code *Gadget-Soil* zum Einsatz (s. auch Grabe und Stefanova, 2014). Der Code ist in der Programmiersprache C geschrieben und basiert auf dem Code *Gadget H2O* (Ulrich, 2013 und Ulrich et al., 2013), der seinerseits eine Weiterentwicklung des astrophysikalischen Codes *Gadget 2* (Springel et al., 2001 und Springel, 2005) ist.

Die Kernel-Funktion ist ein kubischer Spline, der mithilfe von $r = x_i^\alpha - x_j^\alpha$ wie folgt definiert ist:

$$W(h, r) = \frac{8}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{r}{h}\right)^2 + 6\left(\frac{r}{h}\right)^3, & 0 \leq \frac{r}{h} \leq 0,5 \\ 2\left(1 - \frac{r}{h}\right)^3, & 0,5 < \frac{r}{h} \leq 1 \\ 0, & \frac{r}{h} > 1 \end{cases} \quad (7)$$

Der Code ist parallelisiert und verwendet ein explizites Integrationsverfahren. Mehr Details hierzu sind in Springel et al. (2005) zu finden.

Für die Anwendung im Rahmen des Zweiphasenmodells für den gesättigten Sand wurden die Erhaltungsgleichungen für die Boden- und die Wasserphase modifiziert sowie der Boden mithilfe von Stoffgesetzen beschrieben. Für niedrige Spannungsbereiche wurde ein Verflüssigungskriterium für den Boden eingeführt.

3.1 Laminare und turbulente Durchströmung *Laminar and turbulent flow through porous media*

Häufig wird für die Strömung durch poröse Medien das Gesetz von Darcy angewandt (Darcy, 1856). Dieses ist in der Lage eine laminare Durchströmung zu berücksichtigen und beruht auf der Annahme, dass die Bodenkörner sich in Ruhe befinden:

$$i = av \quad (8)$$

mit i – Druckgradient, a – Koeffizient, v – Filtergeschwindigkeit.

Wenn jedoch der Boden auch verformt wird, wird ein Gesetz benötigt, das die Relativgeschwindigkeit zwischen beiden Phasen verwendet, das sog. Gesetz nach Darcy-Grisevanov (Kolymbas 2007). Für den Fall, dass die Durchströmung des Bodenkörpers nicht mehr im laminaren Bereich liegt, wird ein quadratischer Zusammenhang zwischen der Strömungsgeschwindigkeit und dem Druckgradienten benötigt. Einen solchen Zusammenhang stellt das Gesetz nach Forchheimer (Forchheimer, 1901) dar:

$$i = av + bv^2 \quad (9)$$

Darin ist b der Koeffizient für die turbulente Strömung. Wann der Übergang vom laminaren in den turbulenten Bereich stattfindet, kann mithilfe der Reynolds-Zahl bestimmt werden. Hierzu sind in der Literatur verschiedene Definitionen in Bezug auf die Umströmung von Partikeln zu finden, z. B. in Kolymbas (2007) mit dem wirksamen Korndurchmesser d_w , Porenanteil n und der dynamischen Viskosität des Fluids μ_F :

$$Re = \frac{vd_w g}{(0,75n + 0,23)\mu_F} \quad (10)$$

3.2 Änderungen der Erhaltungsgleichungen *Modifications of the conservation equations*

Für das Zweiphasenmodell werden die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls für beide Phasen getrennt formuliert. Jede Phase wird im SPH-Modell durch einen separaten Partikeltyp repräsentiert.

Die Gleichungen werden in partiellen Größen mithilfe der Volumenanteile des Wassers n_w und des Bodens n_s definiert. Für den gesättigten Sand gilt somit $n_w + n_s = 1$.

Die Massenerhaltung lautet mithilfe der Partialdichte $\bar{\rho} = n\rho$ wie folgt:

- Für die Wasserphase für den Hauptpartikel a und die Nachbarpartikel b (M – Anzahl der Nachbarpartikel aus der Wasserphase):

$$\frac{d\bar{\rho}_a}{dt} \approx \sum_{b=1}^M m_b (v_a^\alpha - v_b^\alpha) \frac{\partial W_{ab}}{\partial x^\alpha} \quad (11)$$

- Für die Bodenphase für den Hauptpartikel i und die Nachbarpartikel j (N – Anzahl der Nachbarpartikel aus der Bodenphase):

$$\frac{d\bar{\rho}_i}{dt} \approx \sum_{j=1}^N m_j (v_i^\alpha - v_j^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\alpha} \quad (12)$$

Aus der Impulserhaltungsgleichung ergibt sich:

- Für die Wasserphase für den Hauptpartikel a und die Nachbarpartikel b :

$$\begin{aligned} \frac{Dv_a^\alpha}{Dt} \approx & \sum_{b=1}^M \left[m_b \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \right] \frac{\partial W_{ab}}{\partial x^\alpha} \\ & + \sum_{b=1}^M \left[m_b \left(\frac{\tau_a^{\alpha\beta}}{\rho_a^2} + \frac{\tau_b^{\alpha\beta}}{\rho_b^2} \right) \right] \frac{\partial W_{ab}}{\partial x^\alpha} \\ & - \underbrace{\sum_{i=1}^N \left[\frac{m_i}{\rho_i \rho_a} A_{ai} v_{ai}^\alpha \right] W_{ai}}_{R_{laminar}} - \underbrace{\sum_{i=1}^N \left[\frac{m_i}{\rho_i \rho_a} B_{ai} (v_{ai}^\alpha)^2 \right] W_{ai}}_{R_{turbulent}} + \frac{f_a^\alpha}{\rho_a} \end{aligned} \quad (13)$$

- Für die Bodenphase für den Hauptpartikel i und die Nachbarpartikel j :

$$\begin{aligned} \frac{Dv_i^\alpha}{Dt} \approx & \sum_{j=1}^N \left[m_j \left(\frac{\bar{\sigma}_i^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + \frac{\bar{\sigma}_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \right] \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} \\ & + \underbrace{\sum_{a=1}^M \left[\frac{m_a}{\rho_i \rho_a} A_{ai} v_{ai}^\alpha \right] W_{ai}}_{R_{laminar}} \\ & + \underbrace{\sum_{a=1}^M \left[\frac{m_a}{\rho_i \rho_a} B_{ai} (v_{ai}^\alpha)^2 \right] W_{ai}}_{R_{turbulent}} + \frac{f_i^\alpha}{\rho_i} \end{aligned} \quad (14)$$

Um die Gleichungen zu lösen, ist es notwendig, die Koeffizienten A und B zu kennen. Diese ergeben sich

analog zum Gesetz von Darcy bzw. zum Gesetz von Forchheimer aus den Bodeneigenschaften und -kennwerten. Der Koeffizient A ist im Allgemeinen von der Durchlässigkeit des Bodens abhängig. Für die Durchlässigkeit sowie auch für die Bestimmung des Koeffizienten für den turbulenten Fall sind einige Ansätze aus der Literatur bekannt. Eine Zusammenstellung ist in van Gent (1993) aufgeführt. Da die Gleichungen in der Regel empirisch ermittelt worden sind, hat sich keiner der bekannten Ansätze als allgemeingültig etabliert.

In diesem Beitrag wurden die Gleichungen aus Wittmann (1980) und Stein (2005) übernommen. Somit ergibt sich für den laminaren Fall:

$$A_{ai} = \frac{\rho_w g}{k_f} \quad (15)$$

$$\text{mit } k_f = \frac{n^3 \rho_w g d_w^2}{270(1-n)^2 \mu_F}$$

Der Koeffizient im turbulenten Fall wird wie folgt berechnet

$$B_{ai} = \frac{\bar{\lambda}_v \rho_w g}{2n^2 T^2 g d_w} \quad (16)$$

mit $\bar{\lambda}_v$ – Verlustbeiwert, T – Tortuosität.

3.3 Stoffgesetze für den Boden *Constitutive models for soil*

Das Modell ist in der Lage, das Materialverhalten des Bodens mithilfe von zwei Stoffgesetzen zu beschreiben. Dabei handelt es sich um ein elasto-plastisches Stoffgesetz mit Drucker-Prager-Grenzbedingung und nicht assoziierter Fließregel und ein hypoplastisches Stoffgesetz nach von Wolffersdorff (1996). Der verwendete Parametersatz für das hypoplastische Stoffmodell ist in Tabelle 1 aufgeführt und bezieht sich auf Karlsruher Sand. Für Details über die Parameterermittlung wird auf Herle und Gudehus (1999) verwiesen.

Eine ausführliche Beschreibung des elasto-plastischen Stoffgesetzes findet sich in Vermeer und de Borst (1984) und Drucker und Prager (1952). Die dazugehörigen Stoffparameter, die für das im Abschnitt 5.2 beschriebene Modell verwendet wurden, sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Parameter	Beschreibung	Wert
φ_c	krit. Reibungswinkel	30°
h_s	Granulathärte	5800 MPa
n	Exponent	0,28
e_{d0}	Minimale Porenzahl	0,53
e_{i0}	Kritische Porenzahl	0,84
e_{c0}	Maximale Porenzahl	1
α	Exponent	0,13
β	Exponent	1,05

Tabelle 1: Parameter für das hypoplastische Stoffgesetz für Karlsruher Sand

Table 1: *Parameters for the hypoplastic constitutive model for Karlsruhe sand*

Parameter	Beschreibung	Wert
K	Kompressibilitätsmodul	1,5 MPa
φ'	Reibungswinkel	25°
ν	Querdehnzahl	0,577
ψ	Dilatanzwinkel	1°
c'	Kohäsion	0 MPa

Tabelle 2: Stoffparameter für das elasto-plastische Stoffgesetz mit Grenzkriterium nach Drucker-Prager

Table 2: *Material parameters for the elastic-plastic constitutive model with Drucker-Prager yield criterion*

Bei manchen geotechnischen Fragestellungen kann es zu sehr niedrigen bzw. nicht vorhandenen effektiven Spannungen kommen, z. B. im Falle einer Bodenverflüssigung. Für solche Phänomene sieht das SPH-Modell ein Verflüssigungskriterium vor: Wenn ein bestimmtes Spannungsniveau unterschritten wird, wird der Boden als ein viskoses Fluid mit veränderlicher Viskosität abgebildet. Details hierzu sind in Stefanova und Grabe (2014) zu finden.

3.4 Randbedingungen *Boundary conditions*

Die Vorgabe von Randbedingungen im Rahmen der SPH ist ein wichtiger Punkt bei der Erstellung von Modellen. Es sind im Allgemeinen kinematische Randbedingungen möglich. In dem Code *Gadget-Soil* sind zwei Randbedingungen implementiert: Wandpartikel und Spiegelpartikel, siehe Bild 2.

Bei den sogenannten Wandpartikeln handelt es sich um feste Partikel, die den Rand bilden. Sie haben die Eigenschaften von normalen SPH-Partikeln, ändern allerdings ihre Position nicht. Dadurch können vor allem Probleme mit einer am Rand unvollständigen Kernel-Funktion umgangen werden. Generell hat sich die Methode bei hydrodynamischen Simulationen mit Fluiden bewährt. Bei Bodenpartikeln jedoch kann es zu unerwünschten Spannungen an den Rändern und/oder Penetration durch Partikel aus dem Simulationsgebiet kommen.

Bei der Methode der Spiegelpartikel werden Partikel entlang eines Randes innerhalb eines bestimmten Radius auf der anderen Seite des Randes gespiegelt. Die neuen Partikel haben die gleichen Eigenschaften wie ihre Vorgänger. Um eine Penetration des Randes zu vermeiden, bekommen die zum Rand normalen Geschwindigkeiten der Spiegelpartikel ein umgekehrtes Vorzeichen. Soll ein glatter Rand simuliert werden, wird das Vorzeichen der Tangentialgeschwindigkeiten nicht verändert. Für einen rauen Rand jedoch muss dieses auch umgekehrt werden. Diese Methode hat sich ebenfalls bewährt, setzt jedoch voraus, dass der Code in der Lage ist, mit variabler Anzahl von Partikeln zu arbeiten. Schwierigkeiten können außerdem auftreten, wenn die Randgeometrie komplexer ist.

Insbesondere für Simulationen mit Wasser oder Zweiphasensimulationen bietet der Code außerdem die Möglichkeit, Partikel dem Modell hinzuzufügen oder sie zu löschen, wenn sie nicht mehr benötigt werden. Dies ist vor allem im Hinblick auf die Rechenkapazitäten und die Rechenzeit von Vorteil.

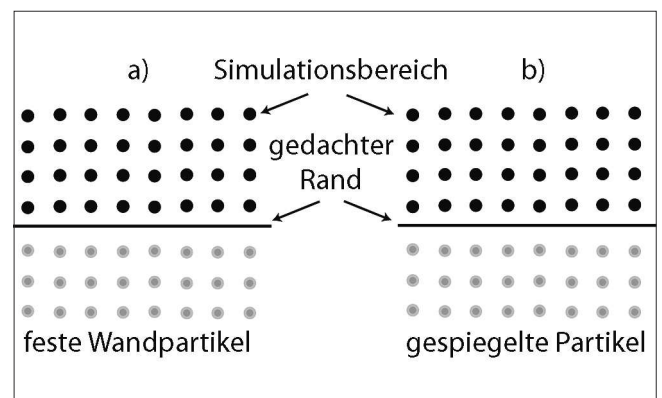


Bild 2: Randbedingungen im Rahmen der SPH

Figure 2: *SPH boundary conditions*

4 Validierung

Validation

Die Validierung des Modells zielt einerseits auf die Überprüfung der Modellierung der Interaktionskraft zwischen beiden Phasen und andererseits auf die Überprüfung der Modellierung des Materialverhaltens des Bodens. Eine Validierung bezüglich der Wasserphase wurde schon von Ulrich (2013) durchgeführt.

4.1 Stoffgesetz

Constitutive models

Zwecks Überprüfung der Implementierung des hypoplastischen Stoffgesetzes nach von Wolffersdorff (1996) wird ein Biaxialversuch mit kinematischen Randbedingungen mit Abaqus/Standard und mit dem SPH Code *Gadget-Soil* simuliert und die Spannungszustände verglichen. Für beide Programme wird der gleiche Parametersatz verwendet. Es wurden quadratische Proben mit einer Seitenlänge von 10 cm simuliert. Dabei wurde eine einseitige und eine zweiseitige Belastung untersucht, siehe Bild 3.

Diskretisierung	Partikelabstand
grob	1,0 cm
mittel	0,5 cm
fein	0,2 cm

Bild 3: Verwendete Diskretisierungen
Table 3: Discretisation used with SPH

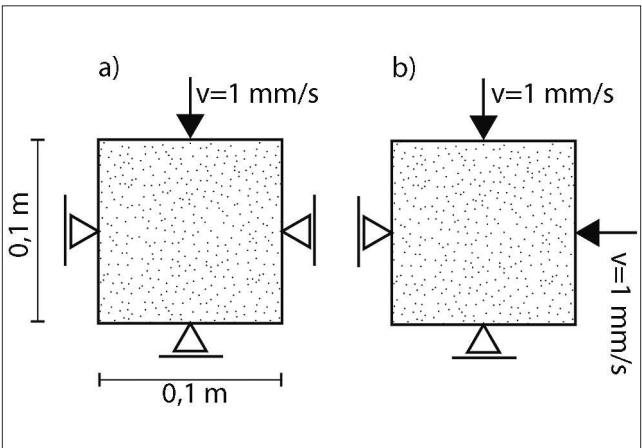


Bild 3: Simulation eines Biaxialversuchs mit kinematischen Randbedingungen a) mit einseitiger Belastung, b) mit zweiseitiger Belastung

Figure 3: Simulation of biaxial testing with kinematic boundary conditions, a) unidirectional loading, b) bidirectional loading

Des Weiteren werden mit der SPH drei Modelle untersucht, um einen eventuellen Einfluss der Diskretisierungsfeinheit bestimmen zu können. Bei der SPH wird der Diskretisierungsgrad durch den Partikelabstand bedingt. Es wurden drei Fälle gemäß Tabelle 3 gewählt. Der Diskretisierungsgrad bei den FEM-Berechnungen mit Abaqus ist hingegen mit einem Knotenabstand von 1 cm konstant.

Die Ergebnisse der Simulationen sind in Bild 4 dargestellt. Es kann eine gute Übereinstimmung zwischen SPH und FEM festgestellt werden. Bei sehr hohen Dis-

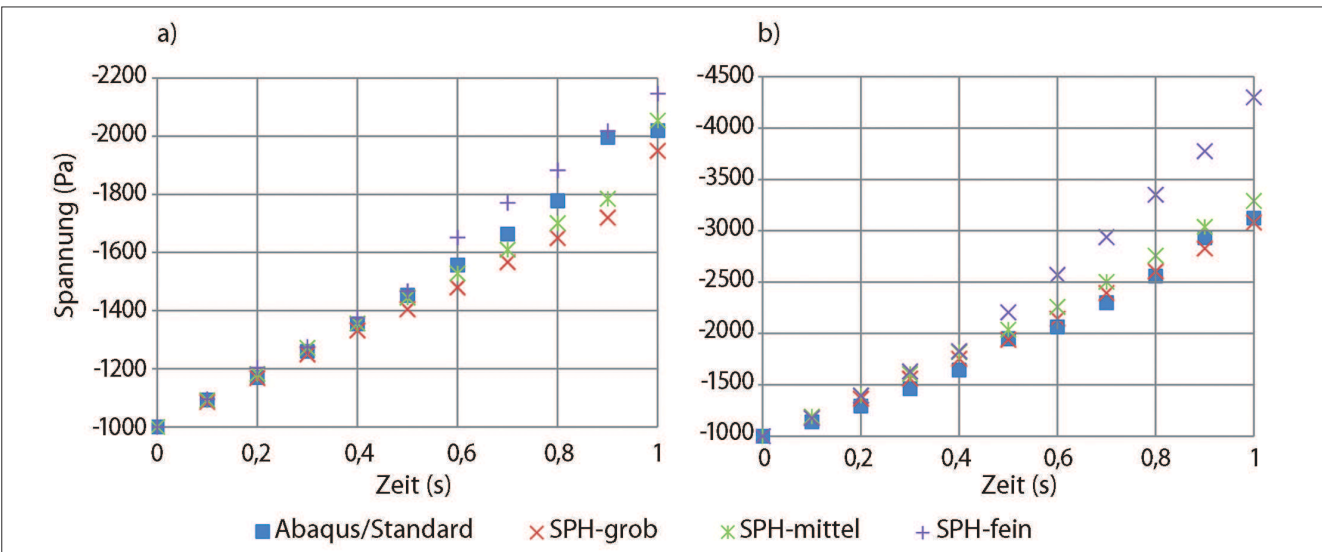


Bild 4: Ergebnisse der Simulation vom Biaxialversuch mit kinematischen Randbedingungen, a) einseitige Belastung, b) zweiseitige Belastung

Figure 4: Results of the simulation of biaxial testing with kinematic boundary conditions, a) unidirectional loading, b) bidirectional loading

krertisierungsgraden bei der SPH ist diese Aussage jedoch zu relativieren. Es kann daher darauf geschlossen werden, dass es einen optimalen Diskretisierungsgrad gibt. Dies ist besonders bei zweiseitiger Belastung zu beobachten.

4.2 Interaktionskraft

Interaction force

Die Interaktionskraft zwischen der Boden- und der Wasserphase kann mittels eines Vergleichs mit analytischen Lösungen geprüft werden. Für diesen Zweck wurde das sog. Muskat-Problem gewählt. Das besteht aus einem Damm mit vertikalen Böschungen, wobei der Boden nicht verformbar ist. Der Wasserspiegel auf der linken Seite ist bekannt und konstant. Die Dammbreite wird variiert und für jede Breite wird der sich einstellende Wasserspiegel auf der rechten Seite ermittelt, siehe Bild 5.

Die Ergebnisse aus den numerischen Simulationen mit SPH werden mit den analytischen Lösungen verglichen (Muskat 1935, Polubarinova-Kočina 1962). Der Vergleich

ist in Bild 6 dargestellt. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung zu erkennen. Weitere Details zu dem Modell sowie ein weiteres Validierungsbeispiel sind in Grabe und Stefanova (2014) zu finden.

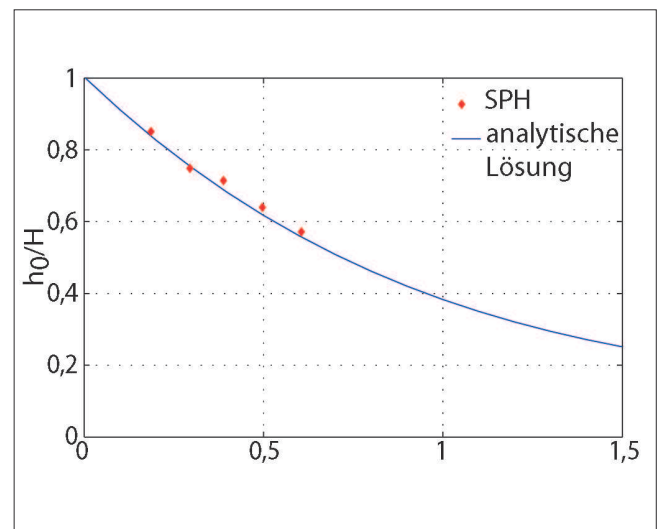


Bild 6: Vergleich der Simulationsergebnisse mit der analytischen Lösung des Muskat-Problems

Figure 6: Comparison of the SPH simulation and the analytical solution of the Muskat problem

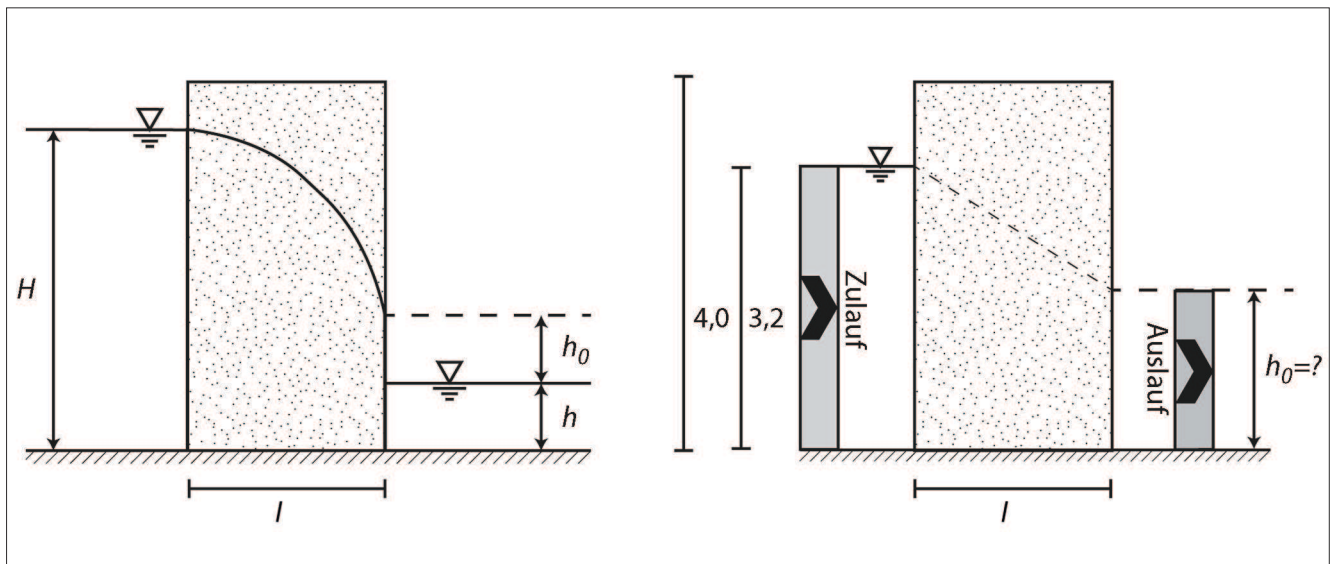


Bild 5: Skizze der Simulation der Durchströmung des Deichs mit vertikalen Wänden

Figure 5: Simulation setup of the seepage through a vertical dam

5 Anwendungsbeispiele

Application

Im Folgenden werden drei Anwendungsbeispiele des Zweiphasenmodells im Rahmen der SPH dargestellt. Dabei kommen die Stoffgesetze für den Boden und die Interaktion zwischen den beiden Phasen zum Einsatz. Es wird des Weiteren auf die Möglichkeit zur Modellierung von schnellen Vorgängen mit großen Verzerrungen und Phasenübergängen eingegangen.

5.1 Wassersäule auf Boden

Erosional dam break

Das erste Anwendungsbeispiel beschreibt eine auf den gesättigten Boden fallende Wassersäule. Das Modell besteht aus einer Schicht gesättigten Bodens mit einer Breite von 3 m und einer Höhe von 0,2 m. Eine Wassersäule wird unter Gravitation plötzlich fallen gelassen, wie im Bild 7 gezeigt, und es wird die Einwirkung auf die Bodenschicht beobachtet.

Der Boden wird dabei hypoplastisch modelliert, siehe hierzu den Parametersatz in Tabelle 1. Er hat eine lo-

ckere Anfangslagerungsdichte mit einer Porenzahl von $e_0 = 0,7$. Die Ergebnisse sind in Bild 8 dargestellt. Hierzu können als eine qualitative Plausibilitätskontrolle die Arbeiten von Capart und Young (1998) und von Fraccarollo und Capart (2002) herangezogen werden. Darin sind Versuche einer auf einem Bett auf Glaskugeln fallenden Wassersäule aufgeführt. Es können die Verformungen des Betts und die Geschwindigkeitsvektoren im System betrachtet werden. Dabei ist eine übereinstimmende Tendenz zwischen den Versuchsergebnissen und den SPH-Simulationen zu erkennen.

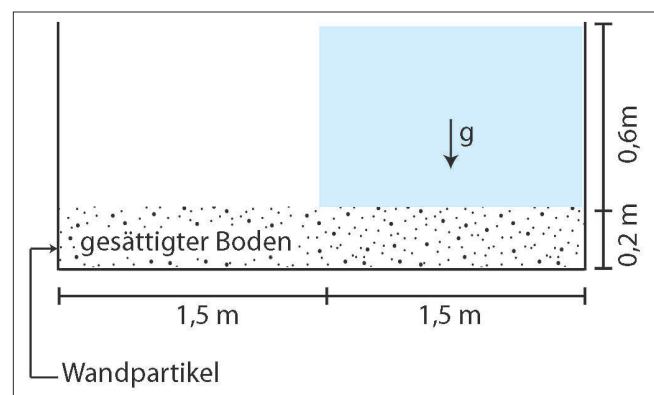


Bild 7: Skizze der Simulation einer fallenden Wassersäule auf gesättigten Boden

Figure 7: Simulation setup for the erosional dam break

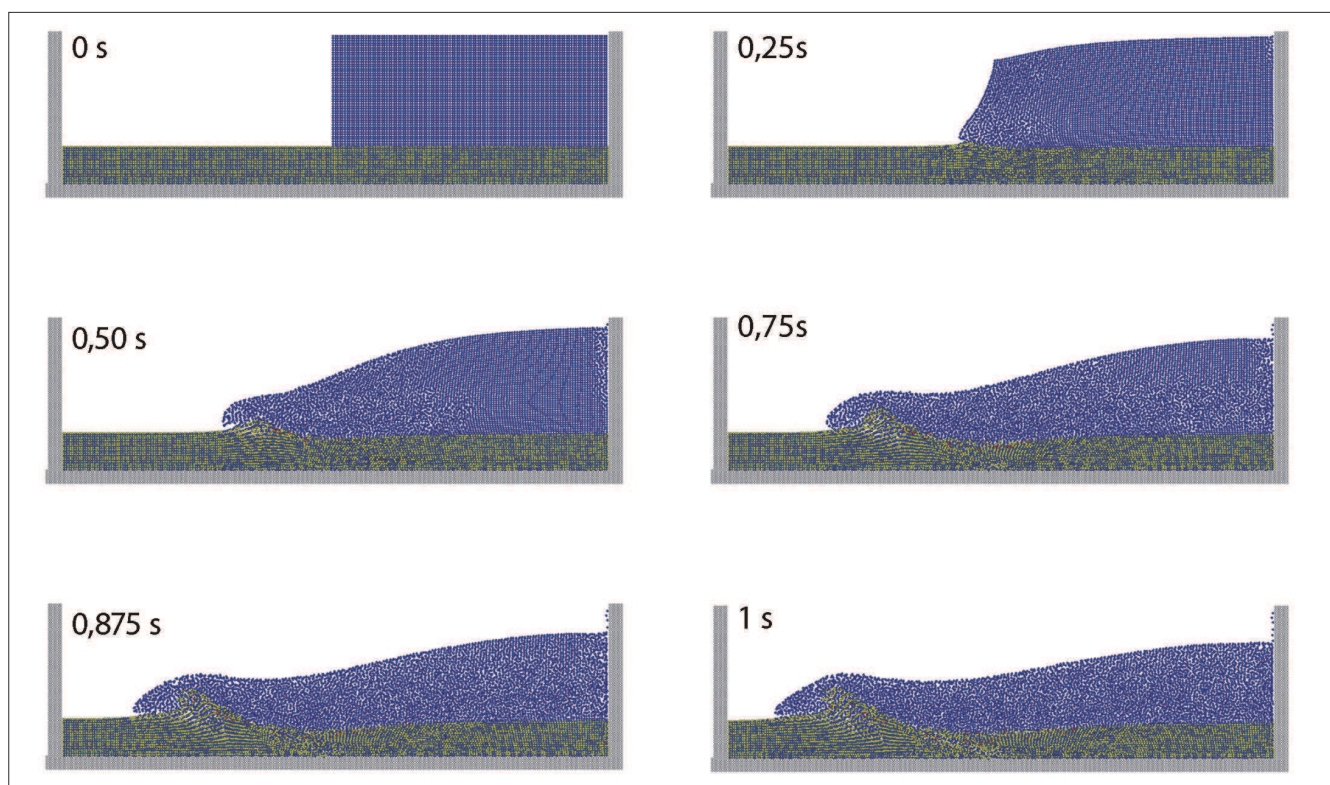


Bild 8: Ergebnisse der Simulation einer fallenden Wassersäule auf gesättigten Boden

Figure 8: Results of the simulation of erosional dam break

5.2 Bodensäule auf fester Unterlage

Failure of a soil column

Das zweite Beispiel stellt eine trockene Sandsäule der Breite 4 m und der Höhe 2 m dar, siehe Bild 9. Auf der linken und auf der unteren Seite der Säule sind Ränder angeordnet, die mithilfe von Spiegelpartikel als rau umgesetzt werden. Auf der rechten Seite ist jedoch keine Abgrenzung vorhanden, sodass der Zerfall der Säule beobachtet werden kann. Das Beispiel ist an Bui et al. (2008) angelehnt. Der Partikelabstand beträgt 4 cm und das Modell besteht aus rund 5000 Partikeln. Der Boden wird elasto-plastisch gerechnet, die verwendeten Stoffparameter sind in Tabelle 2 zu finden.

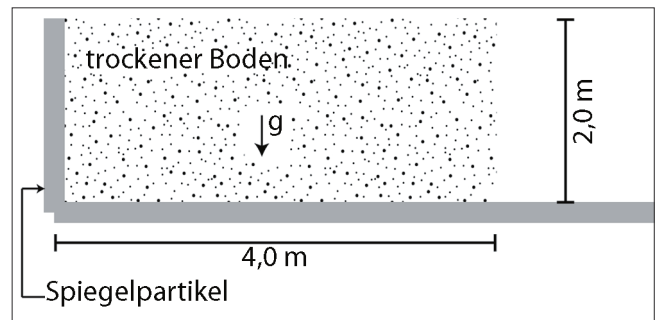


Bild 9: Skizze der Simulation einer trockenen Bodensäule auf fester Unterlage

Figure 9: Simulation setup of a collapsing soil column

Die Ergebnisse sind in Bild 10 dargestellt. Dabei ist die ursprüngliche Form mittels des schwarzen Rechtecks

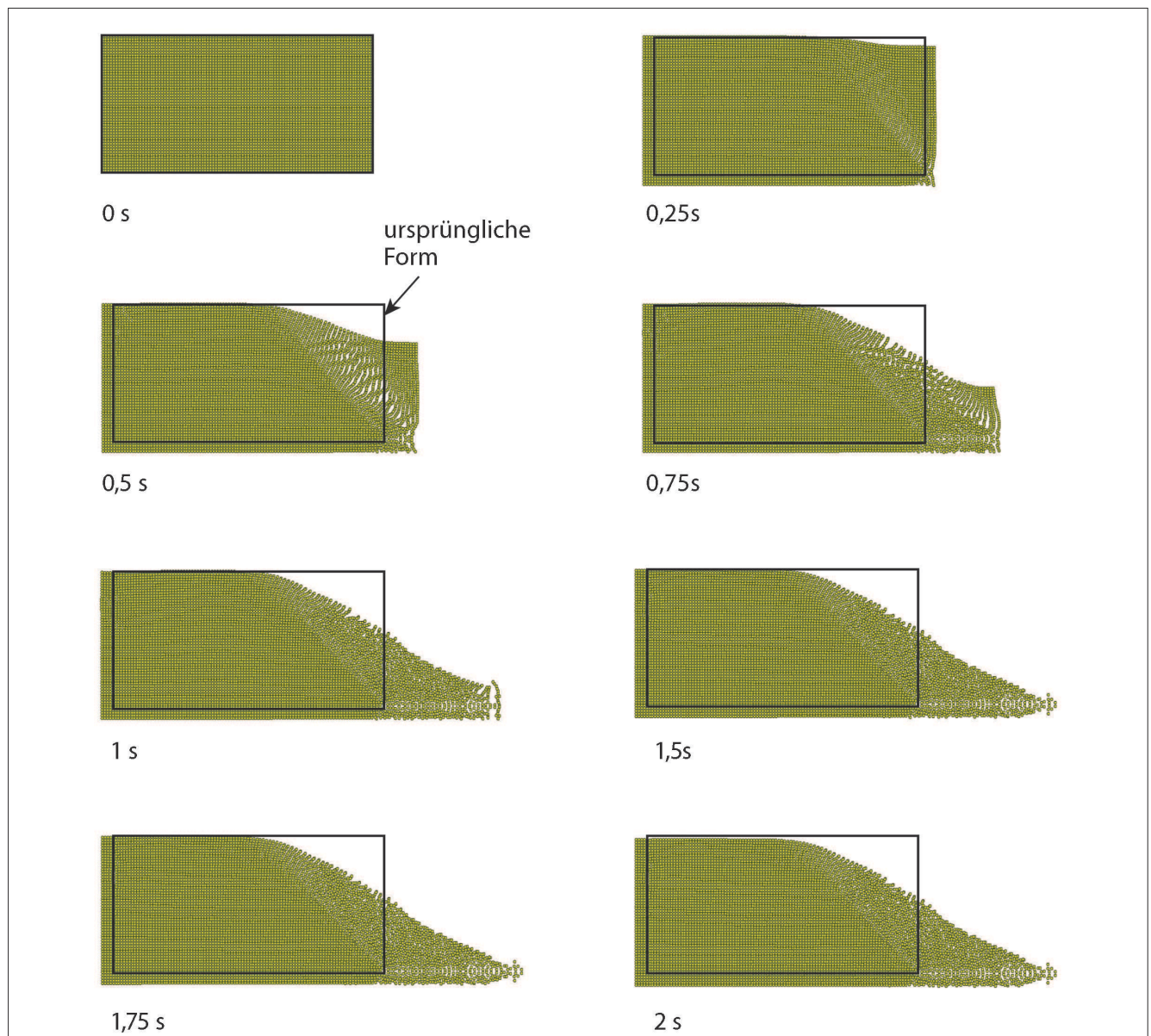


Bild 10: Ergebnisse aus der Simulation einer trockenen Bodensäule auf fester Unterlage

Figure 10: Results of the simulation of a collapsing soil column

angedeutet. Am Anfang der Simulation werden Anfangsspannungen entsprechend des K_0 -Zustands aufgebracht und die Partikelbewegungen sind zunächst unterbunden. Werden diese wieder freigegeben, verhält sich der Boden, als ob auf der rechten Seite eine Wand plötzlich entfernt worden wäre. Es bildet sich ziemlich schnell ein Keil, der auf der Scherfuge heruntergleitet. Nach ca. 1,5 s ist der Vorgang jedoch abgeschlossen und die Böschung verändert ihre Form nicht weiter.

5.3 Eindringen eines Wasserstrahls in den Boden

Water jet erosion

Das letzte Anwendungsbeispiel bezieht sich auf einen Wasserstrahl, der mit hoher Geschwindigkeit in den gesättigten Boden eindringt. Die Geometrie des Modells ist in Bild 11 dargestellt. Der gesättigte Boden wird wie bei dem Beispiel im Abschnitt 5.1 durch Partikel der Wasser- und der Bodenphase dargestellt. Der Wasserstrahl dringt in den Boden mit einem Druck von 150 bar ein.

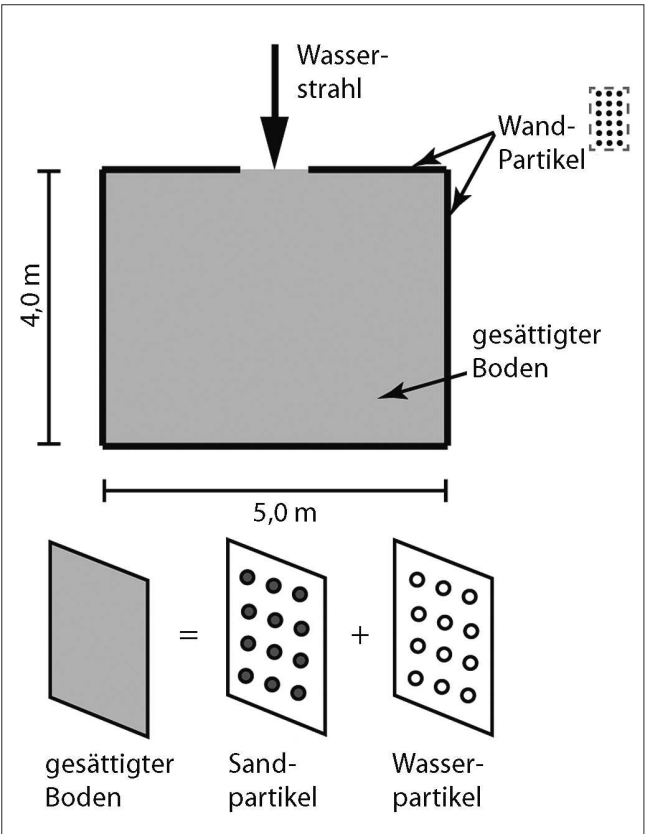


Bild 11: Skizze der Simulation eines eindringenden Wasserstrahls in den gesättigten Boden
Figure 11: Simulation setup of water jet erosion

Der Boden wird durch das hypoplastische Stoffgesetz abgebildet, wobei die Parameter für Karlsruher Sand aus Tabelle 1 verwendet wurden.

Ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Versuchen von Stein (2005) ist in Tabelle 4 aufgeführt. In der Arbeit von Stein (2005) wurden Versuche zur Reichweite des Düsenstrahlverfahrens in einem Versuchskasten mit Karlsruher Sand durchgeführt. Dabei wurde wie in den SPH-Simulationen ein Wasserstrahl verwendet.

Die in Tabelle 4 gezeigten Ergebnisse deuten auf eine gute Übereinstimmung hin. Dabei sollte berücksichtigt werden, dass bei der numerischen Simulation der Partikelabstand auch eine wesentliche Rolle spielt. Für die vorliegende Simulation wurde dieser zu 5 cm gewählt, was eine gute Abwägung zwischen der Diskretisierungsfeinheit und der Rechenzeit ist. Andererseits wäre es möglich bei noch feinerer Auflösung, die Penetrationstiefe noch genauer zu treffen. Weitere Details über das Modell sind in Stefanova und Grabe (2014) zu finden.

Eindringtiefe (m)		
Zeit (s)	Stein (2005)	SPH
0,05	0,10	0,15
0,10	0,20	0,27
0,15	0,30	0,34
0,40	0,40	0,48

Tabelle 4: Vergleich der Eindringtiefen des Wasserstrahls aus den Versuchen von Stein (2005) und aus den SPH-Simulationen
Table 4: Comparison of the jet penetration depths in the experiments of Stein (2005) and in the SPH simulations

6 Zusammenfassung und Ausblick
Conclusions and outlook

In dem vorliegenden Beitrag wurde ein Zweiphasenmodell für den gesättigten Boden im Rahmen der netzfreien Methode SPH vorgestellt. Das Modell ist in der Lage, granulare Böden mit dem hypoplastischen Stoffgesetz nach von Wolffersdorff (1996) und mit einem elastoplastischen Stoffgesetz mit Grenzbedingung nach Drucker-Prager abzubilden. Des Weiteren werden die

Verformungen der Boden- und der Wasserphase mittels eines Interaktionsterms für das laminare und das turbulente Fließregime gekoppelt. Für beide Phasen werden getrennte Partikel verwendet und die Erhaltungsgleichungen sind ebenfalls separat formuliert.

Es wurde eine Validierung der Modellierung der Bodenphase mit dem hypoplastischen Stoffgesetz sowie eine Studie zum Einfluss der Diskretisierungsfeinheit durchgeführt. Es konnte dabei festgestellt werden, dass die Spannungszustände generell korrekt abgebildet werden. Ein zu feiner Diskretisierungsgrad kann zu einer lokalen Überschätzung der Spannungen im Modell führen.

Die Implementierung der Interaktionskraft für den laminaren Fall wurde ebenfalls mit einem zufriedenstellenden Ergebnis geprüft. Hierzu konnten analytische Lösungen herangezogen werden. Da dies für den turbulenten Fall nicht möglich ist, wurden die Ergebnisse der Simulation eines mit hoher Geschwindigkeit in den Boden eindringenden Wasserstrahls mit Versuchsergebnissen von Stein (2005) verglichen. Dabei war eine gute Übereinstimmung zu beobachten.

Des Weiteren wurde eine trockene Bodensäule auf rauher Unterlage unter Gravitation sowie eine auf den gesättigten Boden fallende Wassersäule modelliert. Beide Simulationen zeigten plausible Ergebnisse, die vergleichbar mit Erkenntnissen aus der Fachliteratur sind.

Es lässt sich zusammenfassend feststellen, dass die SPH eine vielseitige Anwendung in der Geotechnik finden kann, insbesondere für Berechnungen mit großen Verformungen, verschiedene Phasen und Phasenübergänge. Als netzfreie Methode ist sie in der Lage Diskontinuitäten abzubilden. Es handelt sich jedoch um eine relativ neue Anwendung dieser Methode, die zwar ein großes Potential besitzt, aber noch nicht zum Stand der Technik gehört.

7 Literatur References

Capart, H., Young, D. L. (1998): Formation of a jump by the dam-break wave over a granular bed. In: J. Fluid Mech. 372, S. 165–187.

Darcy, H. (1856): Les Fontaines Publiques de la Ville Dijon. Victor Darmon, Paris.

Drucker, D. C., Prager, W. (1952), Soil mechanics and plastic analysis or limit design. In: Q. Applied Math. 10, No.2, S. 157-165.

Forchheimer, P. (1901): Wasserbewegung durch Boden. In: Z. Ver. Deutsch. Ing. 45: S. 1782-1788.

Fraccarollo, L., Capart, H. (2002): Riemann wave description of erosional dam-break flows. In: J. Fluid Mech. 461, S.183–228.

Grabe, J.; Stefanova, B. (2014): Numerical modeling of saturated soils, based on Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). Part 1: Seepage analysis. In: geotechnik 37 (3), S.99-106.

Herle, I.; Gudehus, G. (1999): Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies. In: Mechanics of cohesive-frictional materials 4 (5), S. 461–486.

Li, Y.-H. (1967): Equation of state of water and sea water. In: J. Geophys. Res. 72 (10), S. 2665–2678.

Liu G. R.; Liu, M. B. (2003): Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method. A Meshfree Particle Method: World Scientific Publishing Company.

Lucy, L. B. (1977): A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. In: The Astronomical Journal 82, S. 1013.

Monaghan, J. J. (1988): An introduction to SPH. In: Computer Physics Communications 48 (1), S. 89–96.

Muskat, M. (1935): The Seepage of Water through Dams with Vertical Faces. In: Physics 6 (12), S. 402.

Polubarinova-Kočina, P. J. (1962): Theory of ground water movement. Princeton, NJ: Univ. Pr.

Springel, V. (2005): The cosmological simulation code GADGET-2. In: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 364 (4), S. 1105–1134.

Springel, V.; Yoshida, N.; White, S. D.M. (2001): GADGET: a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. In: *New Astronomy* 6 (2), S. 79–117.

Stefanova B.; Grabe J. (2014): SPH model of water jet erosion in granular soils with a boundary layer of liquified soil. *Proc. of International Symposium on Geomechanics from Micro to Macro 2014 in Cambridge/UK*, S. 999-1004, Soga et al. (eds.)

Stein, J. (2005): Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Düsenstrahlverfahren. Dissertation. Technische Universität Hamburg-Harburg, Hamburg.

Ulrich, C. (2013): Smoothed-Particle-Hydrodynamics simulation of port hydrodynamics problems. *Schriftenreihe Schiffbau der Technischen Universität Hamburg-Harburg*, Report Nr. 671. Dissertation. Technische Universität Hamburg-Harburg, Hamburg. Schiffbau.

Ulrich, C., Leonardi, M., Rung, T. (2013): Multi-physics SPH simulation of complex marine-engineering hydrodynamic problems. In: *Ocean Engineering* 64, S. 109-121.

van Gent, M.R.A. (1993): Stationary and oscillatory flow through coarse porous media. *Communications on hydraulic and geotechnical engineering*. Techn. Univ, Delft.

Vermeer, P. A.; de Borst, R. (1984): Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock, In: *Heron*, 29 (3), S. 3-64.

Violeau, D. (2012): *Fluid mechanics and the SPH method. Theory and applications*. 1st ed. Oxford: Oxford University Press.

von Wolffersdorff P.-A. (1996): A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. In: *Mechanics of cohesive-frictional materials* 1 (1), S. 251–271.

Wittmann, Lutz (1980): *Filtrations- und Transportphänomene in porösen Medien*. Zugl.: Karlsruhe, Univ., Diss., 1980.